

# Modélisation économique

## Règle de Taylor pour les États-Unis

Antoine FALCK

23 janvier 2016

Dans quelle mesure la règle de Taylor s'applique-t-elle à la gestion des taux directeurs de la Réserve fédérale des États-Unis ?

Ce document est à usage strictement personnel. Vous pouvez retrouver les données et les codes permettant de construire les modèles et de tracer les graphes sur le *GitHub*<sup>1</sup> de l'auteur. L'analyse de données a été faite avec le logiciel *R* à la version 3.3.2.

## Sommaire

<b>1</b>	<b>Résumé – <i>Summary</i></b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Intérêt de l'étude</b>	<b>2</b>
2.1	Les taux directeurs . . . . .	2
2.2	Boucle de rétroaction . . . . .	2
<b>3</b>	<b>La règle de Taylor</b>	<b>2</b>
3.1	La règle initiale . . . . .	2
3.2	La règle généralisée . . . . .	3
3.3	Interprétation . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Adéquation aux taux historiques</b>	<b>4</b>
4.1	Les données . . . . .	4
4.2	Construction de la règle de Taylor . . . . .	4
4.3	Résultats . . . . .	5
<b>5</b>	<b>À propos des paramètres</b>	<b>6</b>
5.1	Le taux d'intérêt réel long terme $\rho$ . . . . .	6
5.2	Les coefficients $\theta_y$ et $\theta_\pi$ . . . . .	6
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>7</b>
<b>A</b>	<b>Preuves</b>	<b>8</b>
A.1	Paramètre $\rho$ . . . . .	8
A.2	Les coefficients . . . . .	8
<b>B</b>	<b>Figures complémentaires</b>	<b>9</b>

---

1. <https://github.com/antoinetalck/taylor-rule>

# 1 Résumé – *Summary*

La règle de Taylor est un modèle développé par John B. Taylor permettant de prévoir les taux directeurs de la Réserve fédérale américaine. Cette prévision est particulièrement utile pour les économistes étant donné que les taux directeurs ont une influence sur beaucoup de paramètres macroéconomiques, dont le PIB. La règle contient dans sa formulation mathématiques deux retours à la moyenne que l'on peut voir comme deux objectifs ciblés par la *Fed*. Le modèle est très proche de la réalité sur la période des années 90 ; mais il permet aussi *a posteriori* de voir si la *Fed* a privilégié l'investissement ou le contrôle de l'inflation sur une période donnée.

The economist John B. Taylor developed the Taylor rule which anticipates the nominal interest rate, *e.g.* the federal funds rate in the US. It is particularly appreciated from economists because this rate is directly connected with GDP. The model fits the historical values through all the 90s, but has difficulties to forecast data after 2000. Once turned around, the Taylor rule can also let us know if the Fed had given priority to the inflation or investment on a specific period.

## 2 Intérêt de l'étude

### 2.1 Les taux directeurs

Lorsque les banques commerciales américaines veulent se refinancer elles peuvent emprunter directement à la *Fed*<sup>2</sup> à un taux fixé par cette dernière. Ce taux s'appelle le taux directeur et a une incidence directe sur l'économie des États-Unis. À titre d'information on a représenté sur la Figure 6 son évolution depuis 1954.

En effet les banques commerciales répercutent les fluctuations du taux directeur sur ses taux d'emprunts aux ménages et entreprises. Ainsi une baisse des taux directeurs entraînera une baisse des taux d'intérêts des banques, qui elle-même va favoriser l'investissement des particuliers et entrepreneurs. Cette baisse des taux va faire fuir les capitaux étrangers et donc faire baisser le taux de change (le dollar sera moins fort que précédemment), les exportations vont donc augmenter. En bout de chaîne (augmentation de l'investissement et des exportations) la décision de la *Fed* a une incidence sur le PIB des États-Unis.

### 2.2 Boucle de rétroaction

En reprenant l'exemple précédent, une hausse du PIB va faire monter l'inflation. L'objectif des banques centrales étant de garder une inflation raisonnable, la *Fed* va peut-être décider de faire monter les taux pour contrôler la hausse de l'inflation.

On a un parfait exemple de boucle de rétroaction, où les effets de la décisions de la Réserve fédérale vont eux-même jouer sur le prochain taux directeur.

## 3 La règle de Taylor

### 3.1 La règle initiale

Pour choisir le taux directeur en fonction de plusieurs paramètres (inflation, PIB, taux de change, *etc.*), l'économiste John B. Taylor a proposé une méthode dans son article [1] de 1993. Cette méthode de décision est appelée la règle de Taylor.

---

2. La Réserve fédérale (officiellement *Federal Reserve System*, souvent raccourci en *Federal Reserve* ou *Fed*)

La règle Taylor relie donc le taux directeur à plusieurs paramètres, elle est entièrement décrite par la formule suivante

$$\hat{r} = \pi + 0,5y + 0,5(\pi - 2) + 2 \quad (1)$$

avec  $\hat{r}$  le taux directeur prévu par la règle de Taylor,  $\pi$  le taux d'inflation des quatre derniers trimestres,  $y$  l'écart en pourcentage entre le PIB réel et le PIB tendanciel. On a alors

$$y = 100 \left( \frac{Y}{Y^*} - 1 \right) \quad (2)$$

avec  $Y$  le PIB réel et  $Y^*$  le PIB tendanciel.

Il y a en fait trois autres paramètres que l'on a passé sous silence car Taylor leur donne des valeurs numériques dans la règle initiale. On en parlera dans la section suivante (Section 3.2).

### 3.2 La règle généralisée

Plus tard *Goldman Sachs* [2] va généraliser la règle de Taylor pour pouvoir anticiper les taux d'inflation et concentrer l'action du taux directeur plus ou moins sur le PIB ou bien sur le taux d'inflation. L'équation (1) devient

$$\hat{r} = \pi + \theta_y y + \theta_\pi (\pi - \pi^*) + \rho \quad (3)$$

avec  $\theta_y$  et  $\theta_\pi$  des coefficients positifs,  $\pi^*$  l'inflation ciblée par la *Fed* et  $\rho$  le taux d'intérêt réel long terme. On remarque que l'on retrouve la règle initiale (1) pour

$$\begin{cases} \theta_y = 0,5 \\ \theta_\pi = 0,5 \\ \pi^* = 2 \\ \rho = 2 \end{cases}$$

### 3.3 Interprétation

Étant donné que  $\theta_\pi > 0$  l'expression  $\theta_\pi(\pi - \pi^*)$  agit comme un retour à la moyenne. En effet imaginons que le taux d'inflation est plus forte que le l'inflation visée,  $\theta_\pi(\pi - \pi^*)$  sera positif et, en ne prenant pas en compte les autres paramètres, le nouveau taux directeur sera supérieur à l'ancien taux. Ce qui va provoqué une baisse de l'inflation, on va donc bien se rapprocher de  $\pi^*$ . On observe le même comportement pour  $\theta_y y$ .

Aussi, on peut donner plus d'importance à la croissance (respectivement à l'inflation) en augmentant le coefficient  $\theta_y$  (respectivement  $\theta_\pi$ ). Dans son article [1] Taylor préconise de prendre 0,5 pour les deux coefficients.

Il a aussi prit pour inflation cible 2%, ce qui est classiquement considéré comme une inflation stable (ni déflation, ni hyper-inflation). Si les deux valeurs cibles sont atteintes (inflation de 2% et  $Y = Y^*$ ) le taux directeur sera de 4%, *i.e.* un taux réel<sup>3</sup> de 2%. Ce taux est assez proche de la croissance moyenne des États-Unis entre les années 1988 et 2015, qui est de 3,52%. Voir Figure 1 pour l'évolution du PIB<sup>4</sup> des États-Unis sur cette période, et la tendance moyenne qui est donc une croissance de 3,52%<sup>5</sup>.

3. Le taux d'intérêt réel est le taux nominal corrigé des effets de l'inflation.

4. U.S. Bureau of Economic Analysis, Gross Domestic Product [GDP], retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis; <https://fred.stlouisfed.org/series/GDP>, January 19, 2017.

5. Dans son article [1] Taylor trouve comme tendance 2,2%, sachant qu'il calcule la croissance entre 1984 et 1992.

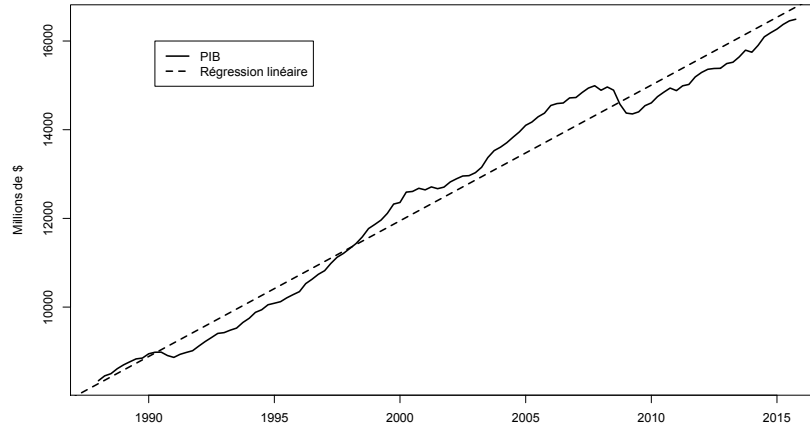


FIGURE 1 – PIB des États-Unis entre les années 1988 et 2015

## 4 Adéquation aux taux historiques

### 4.1 Les données

Les données des taux directeurs de la *Fed* viennent du site officiel<sup>6</sup> de la Réserve fédérale. Les données sont exprimées en pourcentage et la première donnée que l'on a date du 1<sup>er</sup> Septembre 1954. On décidera pourtant pour simplifier l'étude de se limiter aux données à partir du 1<sup>er</sup> Janvier 1988. On fait le choix de cette date principalement pour deux raisons :

- Les échanges économiques ont connu un bon aux alentours des années 80.
- La crise de 1987 a obligé la *Fed* à prendre des mesures exceptionnelles, et Taylor nous apprend déjà dans [1] que son modèle ne s'aligne pas sur ces décisions exceptionnelles.

On a aussi besoin de données sur l'inflation<sup>7</sup> et sur le PIB<sup>8</sup> des États-Unis, que l'on récupère aussi sur le site officiel de la *Fed*.

### 4.2 Construction de la règle de Taylor

À partir de l'équation (3) il nous faut des valeurs numériques pour les différents paramètres. Pour les coefficients on va dans un premier temps prendre  $\theta_y = \theta_\pi = 0,5$  comme le préconise Taylor. On étudiera par la suite (Section 5.2) l'influence de ces coefficients.

Grâce à la régression on peut facilement calculer<sup>9</sup> le PIB tendanciel  $Y^*$  et donc par la suite calculer l'écart du PIB à la tendance. Ce dernier est représenté en Annexe sur la Figure 7. Dans la

6. Board of Governors of the Federal Reserve System (US), Effective Federal Funds Rate [FEDFUNDS], retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis; <https://fred.stlouisfed.org/series/FEDFUNDS>, January 19, 2017.

7. World Bank, Inflation, consumer prices for the United States [FPCPITOTLZGUSA], retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis; <https://fred.stlouisfed.org/series/FPCPITOTLZGUSA>, January 20, 2017.

8. Mêmes données que Section 3.3.

9. L'équation de la régression (Figure 1) est

$$Y^* = 0,8377 \times d + 2766,61$$

avec  $d$  le nombre de jours écoulés depuis le 1<sup>er</sup> Janvier 1970.

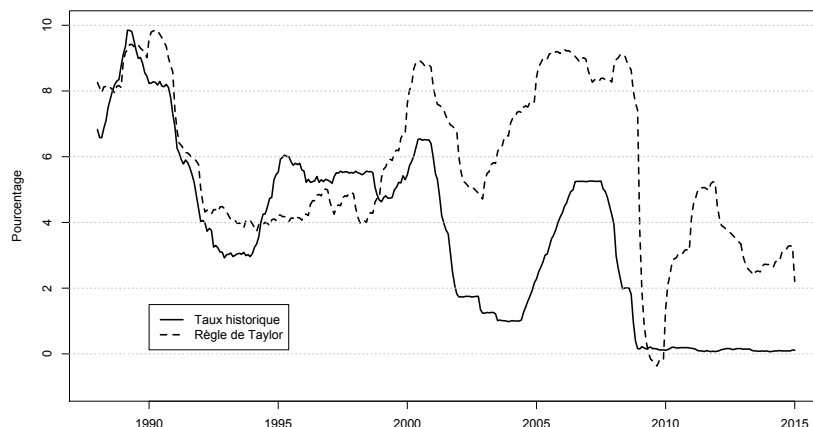


FIGURE 2 – Règle de Taylor sur la période 1988-2015

réalité on a cependant uniquement accès aux données précédentes, pour calculer le taux directeur au temps  $t$ , on prend l'écart à  $t - 1$ .

Pour ce qui est de l'inflation cible on a déjà dit que l'on prend  $\pi^* = 2\%$ . On lisse le taux d'inflation<sup>10</sup> pour qu'il n'y ait pas de saut brutal. Le lecteur intéressé trouvera en Annexe Figure 8 la représentation de l'inflation lissée comparée à l'inflation réelle.

Il ne nous reste plus qu'à estimer  $\rho$  le taux d'intérêt réel long terme. *Goldman Sachs* préconise dans [2] de prendre 3,5% pour  $\rho$ , alors que Taylor prend 2% dans (1). On choisit de prendre la moyenne de ces deux valeurs *i.e.* 2,75%. On étudiera plus loin, Section 5.1, le choix de ce paramètre.

Finalement l'équation (3) devient pour le taux directeur au temps  $t$

$$\hat{r}_t = \pi_{t-1} + 0,5y_{t-1} + 0,5(\pi_{t-1}^L - 2) + 2,75 \quad (4)$$

avec les notations classiques.

### 4.3 Résultats

On obtient finalement la Figure 2 qui nous donne la trajectoire du taux calculé à partir de (4), à comparer avec les taux directeurs historiques. Il y a globalement trois moments

- de 1988 à 1999 ; la règle de Taylor prévoit très bien les taux directeurs.
- de 1999 à 2008 ; la prédiction a la même forme que les taux mais il y a un problème d'ordonnée (le modèle est environ 3% trop haut).
- de 2008 à 2015 ; le modèle est complètement faux.

Taylor a fait son étude [1] en 1993 et a travaillé sur les données allant de 1987 à 1992, puis *Goldman* dans [2] en 1996 a adapté la règle. Comme dans ces deux articles nos résultats sont excellents sur la période 1988 à 1999.

10. On le calcule de la façon suivante

$$\pi_t^L = \frac{\pi_t + \pi_{t-1}^L}{2}$$

avec  $\pi^L$  le taux lissé.

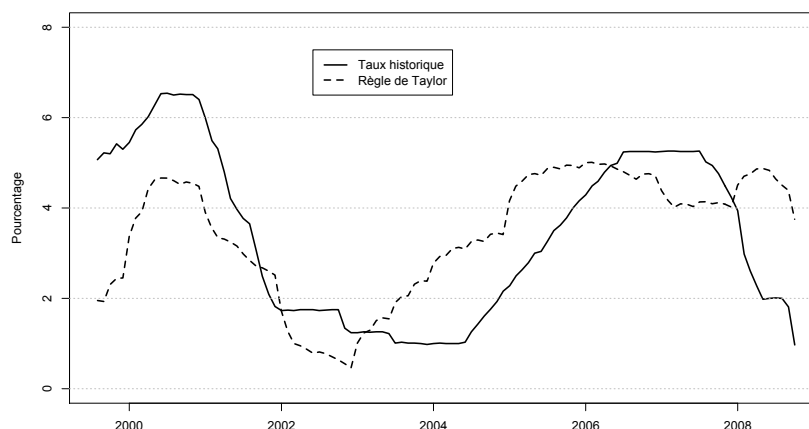


FIGURE 3 – Règle de Taylor sur la période 2000-2008 avec le taux réel optimal :  $\rho = -1,4\%$

À partir de 1999 le modèle ne suit plus les données historiques mais a pourtant la même forme, comme si les données avaient été translatées. On se dit alors que le problème vient peut-être du taux d'intérêt long terme  $\rho$ , on en reparlera à la Section 5.1.

Enfin sur la dernière période la *Fed* a drastiquement fait baissé les taux après la crise de 2008 pour relancer l'économie. Le modèle n'a pas su s'adapter à cette période et on observe même des taux négatifs fin 2010.

## 5 À propos des paramètres

### 5.1 Le taux d'intérêt réel long terme $\rho$

Comme on l'avait déjà expliqué précédemment Taylor et *Goldman* prennent des valeurs différentes de  $\rho$  pour leurs études respectives. Ce qui est intrigant c'est que la règle de Taylor pour ces valeurs différentes du taux long terme s'avèrent très efficace pour les périodes où les deux articles ont été écrit. Le lecteur pourra s'en convaincre avec la Figure 9 qui montre les deux études<sup>11</sup> sur deux périodes différentes.

Pourtant ni Taylor ni *Goldman Sachs* ne justifient leur choix pour la valeur numérique du taux long terme. On peut alors nous aussi définir notre  $\rho$  optimal pour que le modèle se colle à la réalité sur la période 2000 à 2008. La valeur trouvée est  $\rho = -1,4\%$  ce qui ne correspond à aucune réalité économique étant donné qu'aucune banque ne prêtera à un taux négatif.

La Figure 3 nous montre la sortie pour la règle de Taylor avec un taux long terme de  $-1,4\%$ . Le lecteur consciencieux pourra trouver en Annexe A.1 la démarche d'identification de ce paramètre optimal.

### 5.2 Les coefficients $\theta_y$ et $\theta_\pi$

En 1996 *Goldman Sachs* introduit ces coefficients qui peuvent expliquer si la *Fed* donne plus ou moins d'importance à l'investissement ou à l'inflation (voir Section 3.3).

11. La première avec  $\rho = 2$  et la seconde avec  $\rho = 3,5$

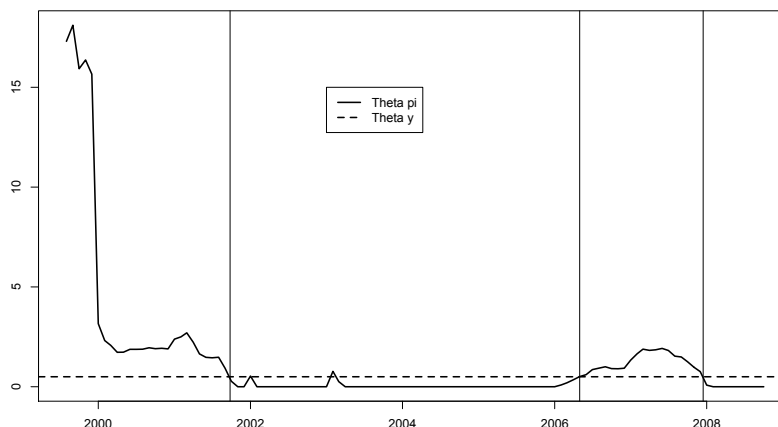


FIGURE 4 – Évolution des coefficients  $\theta_y$  et  $\theta_\pi$  sur 2000-2008

Taylor avait lui décidé de prendre 0,5 pour ces deux coefficients sans justification. On peut donc voir comment évoluent ces coefficients<sup>12</sup> pour voir *a posteriori* ce qu'a privilégié la Réserve fédérale. L'Annexe A.2 explique comment obtenir ces résultats et la Figure 4 nous donne l'évolution des coefficients.

On remarque que nos deux périodes d'importance, soit de l'inflation, soit de l'investissement, se succèdent. D'après la règle de Taylor la Réserve fédérale a privilégié l'investissement par rapport à l'inflation sur la période allant de Octobre 2001 à Mai 2005 et celle de Décembre 2007 à fin 2008. De manière complémentaire elle a privilégié le contrôle de l'inflation sur la période allant de fin 2000 à Octobre 2001 et celle de Mai 2005 à Décembre 2007.

## 6 Conclusion

La règle de Taylor est extrêmement efficace pour la période 1987-1999 avec un taux réel long terme adapté. Cependant on voit rapidement ses limites en dehors de cette période et notamment lorsque la *Fed* prend des mesures exceptionnelles<sup>13</sup>.

Ses limites ne se mettent pas seulement en évidence sur le point temporel mais aussi en terme de localité. En effet dans une étude de la Banque de France [3] les auteurs ont montré que la règle de Taylor ne s'applique pas du tout au cas français, même sur la période 1987-1999.

## Références

- [1] John B. Taylor. Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy.*, 39 :195–214, 1993.
- [2] Goldman Sachs. *The International Economic Analyst*, 11, 1996.
- [3] Françoise Drumetz and Adrien Verdelhan. Règle de Taylor : Présentation, application, limites. *Bulletin de la Banque de France*, 45, Septembre 1997.

12. Dans le cas où la règle de Taylor suit exactement les données historiques.

13. Taylor avait déjà noté ce point dans son article [1].

## A Preuves

### A.1 Paramètre $\rho$

On définit notre critère pour optimiser le modèle comme la somme de la différence au carré<sup>14</sup> entre le taux directeur réel et celui calculé avec la règle de Taylor pour différentes valeur de  $\rho$ . On a représenté Figure 5 l'évolution de cette erreur on fonction du taux réel long terme. Notre modèle est donc le plus efficace pour  $\rho = -1,4\%$ , là où la fonction atteint son minimum.

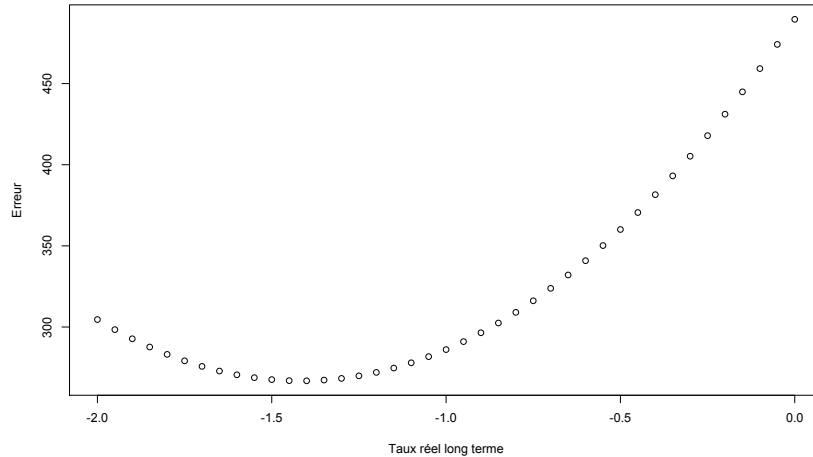


FIGURE 5 – Erreur de prédiction en fonction du taux long terme sur la période 2000-2008

### A.2 Les coefficients

On suppose que la règle de Taylor pour nos coefficients donne exactement les taux directeurs historiques  $\hat{r} = r$ . On fixe l'un des deux coefficients, par exemple  $\theta_y = 0,5$ ; l'autre va donc varier pour satisfaire la contrainte. Sachant que le coefficient ne peut pas être négatif, étant donné que Taylor cherchait à faire un retour à la moyenne, il faut enlever les valeurs négatives et les remplacer par 0. Ce qui nous donne

$$\theta_\pi = \max\left(0; \frac{r - \pi - \theta_y y - \rho}{\pi - \pi^*}\right) \quad (5)$$

Trois conclusions sont alors possibles

- si  $\theta_\pi = \theta_y$  alors la *Fed* ne privilégie ni l'investissement ni l'inflation (à la manière de Taylor).
- si  $\theta_\pi > \theta_y$  alors la *Fed* privilégie le contrôle de l'inflation.
- si  $\theta_\pi < \theta_y$  alors la *Fed* privilégie l'investissement.

On obtient dans notre cas la Figure 4.

---

14. L'erreur est strictement

$$e = \sum_t (r_t - \hat{r}_t)^2$$

avec  $r$  le taux historique et  $\hat{r}$  le taux calculé avec la règle de Taylor.



# B Figures complémentaires

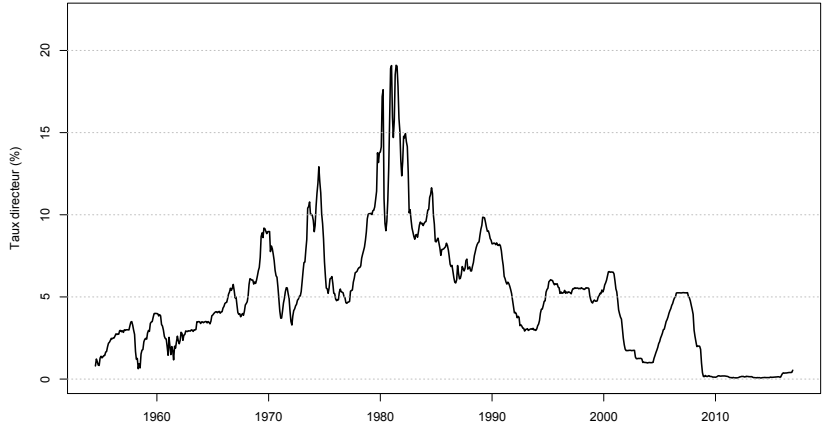


FIGURE 6 – Évolution historique des taux directeurs depuis 1954

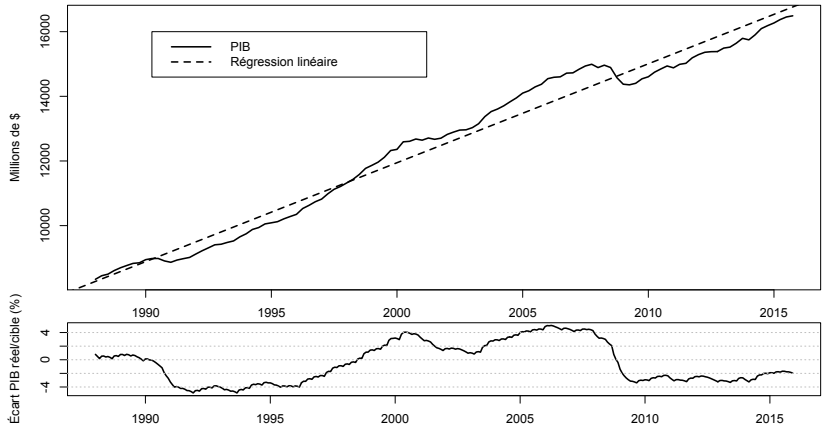


FIGURE 7 – Écart au PIB tendentiel (bas)

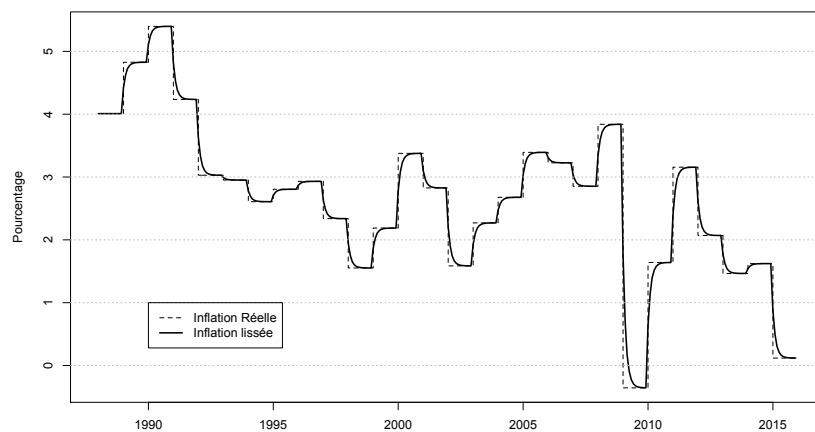


FIGURE 8 – Représentation de l’inflation réelle et lissée

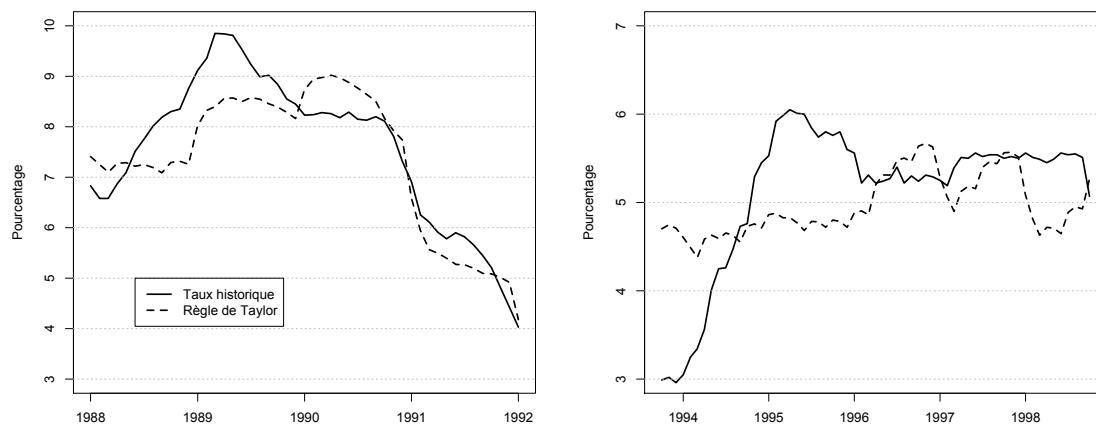


FIGURE 9 – Règle de Taylor pour [1] (gauche) et [2] (droite)